ИДЗ_ прямая линия на плоскости
Вариант 1

Даны вершины треугольника АВС. Найти:
1. уравнение стороны АВ;
2. уравнение высоты СН;
3. уравнение медианы АМ;
4. точку N пересечения медианы АМ и высоты СН;
5. уравнение прямой CL, проходящей через вершину С параллельно стороне АВ;
6. расстояние от точки С до прямой АВ;
7. координаты точки К симметричной точке С относительно прямой АВ.
Сделать чертеж.

Даны координаты вершин треугольника: A(-2,4), B(3,1), C(10,7).

1) Уравнение прямой AB
Прямая, проходящая через точки $A_1(x_1; y_1)$ и $A_2(x_2; y_2)$, представляется уравнениями:
$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$
Уравнение прямой AB
Каноническое уравнение прямой:
$$\frac{x+2}{3-(-2)}=\frac{y-4}{1-4}$$
или
$$\frac{x+2}{5}=\frac{y-4}{-3}$$
или
$y = {}^{-3}/_{5}x + {}^{14}/_{5}$ или $5y + 3x - 14 = 0$

2) уравнение высоты CH
Прямая, проходящая через точку $H(x_0;y_0)$ и перпендикулярная прямой $Ax + By + C = 0$ имеет направляющий вектор $(A;B)$ и, значит, представляется уравнениями:
$$\frac{x-x_0}{A}=\frac{y-y_0}{B}$$
Найдем уравнение высоты через вершину C
$$\frac{x-10}{3}=\frac{y-7}{5}$$
$y = {}^{5}/_{3}x - {}^{29}/_{3}$ или $3y -5x +29 = 0$
Данное уравнение можно найти и другим способом. Для этого найдем угловой коэффициент k_1 прямой AB.

Уравнение AB: $y = {}^{-3}/_{5}x + {}^{14}/_{5}$, т.е. $k_1 = {}^{-3}/_{5}$
Найдем угловой коэффициент k перпендикуляра из условия перпендикулярности двух прямых: $k_1 * k = -1$.
Подставляя вместо k_1 угловой коэффициент данной прямой, получим:
${}^{-3}/_{5}k = -1$, откуда $k = {}^{5}/_{3}$
Так как перпендикуляр проходит через точку C(10,7) и имеет $k = {}^{5}/_{3}$,то будем искать его уравнение в виде: $y-y_0 = k(x-x_0)$.
Подставляя $x_0 = 10$, $k = {}^{5}/_{3}$, $y_0 = 7$ получим:
$y-7 = {}^{5}/_{3}(x-10)$
или
$y = {}^{5}/_{3}x - {}^{29}/_{3}$ или $3y -5x +29 = 0$
Найдем точку пересечения с прямой AB:
Имеем систему из двух уравнений:
$5y + 3x - 14 = 0$
$3y -5x +29 = 0$
Из первого уравнения выражаем y и подставим во второе уравнение.
Получаем:
$x = {}^{11}/_{2}$
$y = {}^{-1}/_{2}$
$D({}^{11}/_{2};{}^{-1}/_{2})$

3) Уравнение медианы треугольника
Обозначим середину стороны BC буквой M. Тогда координаты точки M найдем по формулам деления отрезка пополам.
$$x_m = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3+10}{2} = \frac{13}{2}$$
$$y_m = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1+7}{2} = 4$$
$M({}^{13}/_{2};4)$
Уравнение медианы AM найдем, используя формулу для уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Медиана AM проходит через точки A(-2;4) и $M({}^{13}/_{2};4)$, поэтому:
Каноническое уравнение прямой:
$$\frac{x+2}{\frac{13}{2}-(-2)} = \frac{y-4}{4-4}$$
или
$$\frac{x+2}{\frac{17}{2}} = \frac{y-4}{0}$$
или
$y - 4 = 0$ или $y = 4$

4) точка N пересечения медианы AM и высоты CH;
Найти эту точку можно решив систему уравнений состоящую из уравнения медианы и высоты:
$3y - 5x + 29 = 0$
$y = 4$
$X = 8{,}2$
Точка пересечения высоты и медианы N (8,2;4)

5) Уравнение параллельной прямой AB, проходящей через точку C(10,7)
Уравнение прямой AB: $y = {}^{-3}/_{5}x + {}^{14}/_{5}$
Уравнение CL параллельно AB находится по формуле:
$y - y_0 = k(x - x_0)$
Подставляя $x_0 = 10$, $k = {}^{-3}/_{5}$, $y_0 = 7$ получим:
$y-7 = {}^{-3}/_{5}(x-10)$
или
$y = {}^{-3}/_{5}x + 13$ или $5y + 3x - 65 = 0$

6) расстояние от точки C до прямой AB;
Расстояние d от точки $C(x_1;y_1)$ до прямой $Ax + By + C = 0$ равно абсолютному значению величины:
$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$
Найдем расстояние между точкой C(10;7) и прямой AB ($5y + 3x - 14 = 0$)
$$d = \frac{|3 \cdot 10 + 5 \cdot 7 - 14|}{\sqrt{3^2 + 5^2}}$$
$$d = \frac{51}{\sqrt{34}} = 8.75$$

7) координаты точки К симметричной точке С относительно прямой AB

Найти точку, симметричную точке C(10;7) относительно прямой $5y + 3x - 14 = 0$
точка, симметричная известной точке C(10;7) относительно прямой $5y + 3x - 14 = 0$ будет лежать на перпендикуляре, опущенном из точки C на прямую, т.е. будет лежать на прямой перпендикулярной известной прямой, проходящей через заданную точку.
Воспользуемся свойством перпендикулярных прямых – угловые коэффициенты перпендикулярных прямых связаны следующим соотношением
$$k1 = -1/k2$$

рассмотрим прямую $5y + 3x - 14 = 0$

$\Rightarrow y=14/5 - 3/5x$. Угловой коэффициент этой прямой равен $k1=-3/5 \Rightarrow k2=5/3$.

Для перпендикулярной прямой известны: координата точки C(10;7) и угловой коэффициент $k2=5/3$.

Найдем уравнение прямой, для этого применим формулу уравнения прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении

$$y-y0=k(x-x0)$$

Подставляем координаты точки и значение углового коэффициента:

$$y-7=5/3(x-10)\Rightarrow y=5/3X - 29/3$$

Известная точки С и искомая точка К, лежат на этой прямой, симметрично точке пересечения двух прямых О (эта точка делит отрезок СК пополам). Координаты центра отрезка точки $O(xO;yO)$ находятся по формуле $O((xC+xK)/2;(yC+yK)/2)$, тогда координаты искомой точки $К(xK;yK)$= $К(2xO-xC;2yO-yC)$

Найдем координаты точки $O(xO;yO)$, как точки пересечения двух прямых, для этого решим систему уравнений

$y=14/5 - 3/5x$

$y=5/3X - 29/3$

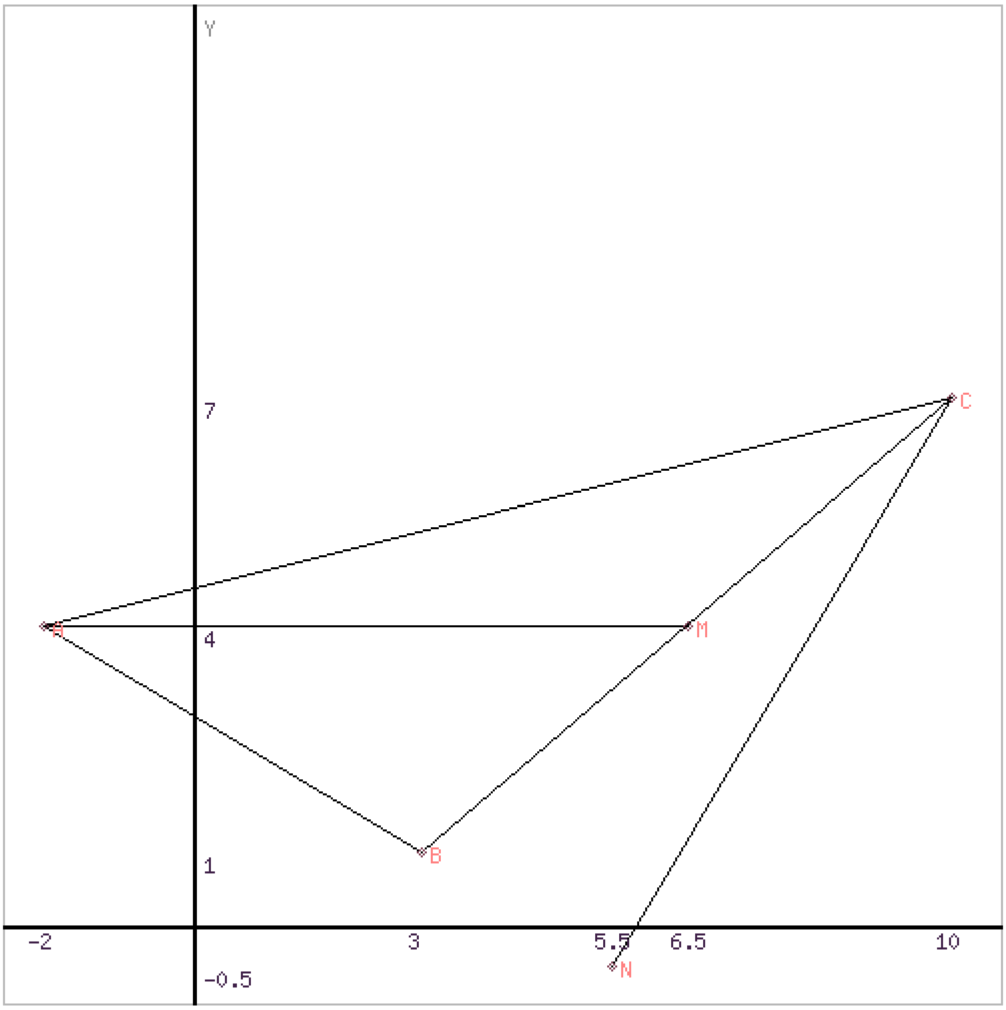
$187/15=34/15X$

$X = 5,5$

$У = -0,5$

Получили координаты точки $O(5,5;-0,5)$ Подставляем полученный координаты в уравнение $К(2xO-xC;2yO-yC)$ и найдем координат искомой точки $K(xK;yK)$

$$К(2xO-xC;2yO-yC)\Rightarrow K(2*5,5-10;2*(-0,5)-7) \Rightarrow K(1;-8)$$



Y
7
C
M
4
B
1
-2
3
5.5
6.5
10
-0.5
N